Лабораторная работа № 2

Численное интегрирование

*узлы квадратуры, – веса квадратуры*

**Семейство квадратурных формул Ньютона – Котеса** ( зависят от разбиения, т.е. от )

1. Формула прямоугольников (первого порядка точности)

- левых прямоугольников

* правых прямоугольников
* средних (центральных прямоугольников)

1. формула трапеций (второго порядка точности)

Если сетка равномерная, то можно считать по формуле

1. формула Симпсона (формула парабол) (третьего порядка точности)

[a, b] – на четное количество равных отрезков

или

**Повышение порядка точности квадратурной формулы:**

Процесс Эйткена – позволяет определить порядок главного члена погрешности

3 равномерных сетки: с шагом

Метод Рунге – позволяет посчитать улучшенное значение интеграла:

2 сетки:

Правило Ромберга – обобщает метод Рунге на произвольное число сеток

**Квадратурные формулы Гаусса** (веса не зависят от разбиения)

[a, b] -> [-1, 1]

На [-1, 1] выбрать систему ортогональных многочленов (многочлены Лежандра)

В качестве узлов квадратурной формулы берутся корни многочлена Лежандра выбранной степени , а веса выбираются из условия, что квадратурная формула должна быть точна для всех многочленов степени не выше ()

Примечание: узлы и веса для многочлена Лежандра приведены в таблицах в различных учебниках

**Метод Монте-Карло** (метод статистических испытаний)

Оптимальное распределение узлов квадратурной формулы (см. Н.С. Бахвалова)

- точное значение интеграла можно посчитать в Maple

int(f(x), x=a..b);

evalf(%);

берем только вещественную часть